1. 電磁気学における単位系

電磁気学における単位系

§0 はじめに

電磁気学の学習の中で意外に高い障壁が単位系の理解である。単位は，物理量の大きさを共通の“言葉”で伝達し合うために人間が考案したものであるが，電磁気現象の記述において多くの単位(系)が存在するために混乱が生じやすく，現象の定式化よりも単位系という人為的な約束ごとの理解に時間とエネルギーを費やさざるをえない事態に陥ることがある[1]。地球上には多くの言語が存在するが，英語を“共通語”と認識することで(一応)混乱が避けられている。電磁気学にも MKSA 単位系という“標準語”が存在するが[2]，分野によってはいまだに“昔の標準語”である別の単位系が使われることがある(新刊書であっても非 SI の単位系が使われている場合もある)[3]。名著や古典と呼ばれるような由緒ある成書をひもといて基本事項を学習しようとしても，古い書物の大半が MKSA 単位系で書かれていないので，単位系の相違が原因で難解さが増すことがある[4]。とはいえ，単位系を正しく理解しなければ，理論式に数値を代入して計算をすることもできないし，ある単位系で書かれた式を別の単位系の式に変換することもできない。本書は，電磁気学に関する単位系の混乱を解消し，異なる単位系の間を自由に行き来するための“ワザ”の習得をめざして書かれた monograph である。

§1 単位系の種類

電磁気量を記述する単位系を考える基本は，電気系と磁気系の物理量およびそれらの相互作用(力)を表す法則式である。電荷(電気量)間にはたらく力を表すクーロン(Coulomb)の法則

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\alpha}\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{1}$$

磁荷(磁気量)間にはたらく力を表すクーロンの法則[5]

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\beta}\frac{q_{\mathrm{m1}} q_{\mathrm{m2}}}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{2}$$

電流と磁場の相互作用を表すアンペール(Ampère)の力

[1] 筆者は大学教養時代にこの状況に陥った。同じ現象を表す式の形が成書ごとに異なっていると，論理展開よりも単位系を理解することの方が先決問題になってしまうことがある。

[2] 英語が最も合理的で使いやすい言語とは限らないのと同様に，MKSA 単位系が電磁気学の単位系の中で最も合理的で使いやすいとはいえない。

[3] 理論物理学系の分野(量子力学など)では，現在でも Gauss 単位系が用いられていることが多い。

[4] 時代が遡るほど，MKSA 単位系で記述されている確率は低くなる。

[5] あとで述べるように，磁気の本質は磁荷ではなく電流であり，単極の磁荷は仮想的なものでしかないが，単位系を考える上では，磁荷を想定しても問題は生じない。

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\gamma} I \mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B} \tag{3}$$

が電磁気学において重要な力の式である。ここで，$\boldsymbol{F}$ は力，r は電荷間や磁荷間の距離，$\boldsymbol{e}_r$ は r に沿う単位ベクトル(= $\boldsymbol{r}/r$)，q は電荷，q_{m} は磁荷，I は電流，$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ は電流に沿う素片のベクトル($I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ が電流素片ベクトル)，$\boldsymbol{B}$ は磁束密度であり，α, β, γ(の逆数)は比例定数である。ここで，電気系には誘電率ε，磁気系には透磁率μと呼ばれる物理量を設定し[1]，α, βをそれぞれ

$$\alpha = k\varepsilon \tag{4}$$

$$\beta = k\mu \tag{5}$$

と書くと，マクスウェル(Maxwell)の方程式は次の 4 式で表されることになる[2]。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \frac{4\pi}{k}\rho \tag{6}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{7}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{8}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{\gamma k}\boldsymbol{j} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{9}$$

ここで，$\boldsymbol{D}$ は電束密度，ρは電荷密度，$\boldsymbol{H}$ は磁場の強さ，$\boldsymbol{j}$ は電流密度[3]である。なお，$\boldsymbol{D}$ と $\boldsymbol{E}$ の間には

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} \tag{10}$$

$\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{H}$ の間には

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} \tag{11}$$

の関係がある。いま，真空を想定すると(電荷や電流が存在しない状態 : $\rho = 0$, $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$)，$\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$ とおけるから(ε_0, μ_0 はそれぞれ真空誘電率と真空透磁率)，式(6)～(9)に対応するマクスウェルの方程式は

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{12}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{13}$$

1 現段階ではその単位(次元)も大きさも未定である。誘電率も透磁率も物質に依存する。

2 マクスウェルの方程式の導出は電磁気学のテキストを参照のこと。(マクスウェルの方程式が解説されていない電磁気学のテキストを見つけるのは難しいくらいである。)

3 単位時間あたり単位面積を通過する電気量(電荷量)である。言い換えると，電荷のフラックス(flux)である。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{14}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{15}$$

の形となる。

式(13)の両辺の rot(≡ ∇ ×)をとると[1],

$$(\text{左辺}) \to \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) \tag{16}$$

$$(\text{右辺}) \to \nabla \times \left(-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) = -\frac{1}{\gamma} \left(\nabla \times \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \right) = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \boldsymbol{B}) \tag{17}$$

となる。式(16)は，ベクトルの代数公式を使って，

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E} \tag{18}$$

と変形できるが，式(12)により右辺第 1 項が消えて，

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\nabla^2 \boldsymbol{E} \tag{19}$$

の形になる。一方，式(17)の $\nabla \times \boldsymbol{B}$ に式(15)を代入すると，

$$-\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \boldsymbol{B}) = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \right) = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{20}$$

となり，式(19)と式(20)が等しいことから，

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{21}$$

が成立する。これは波動を表す方程式であり，速さ

$$\upsilon = \frac{\gamma}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \tag{22}$$

で進行する波動を表している(たとえば, 波長λ, 速さ υ で伝搬する波の式 $\mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i}(x-\upsilon t)/\lambda}$ が式(21)を満足することは容易に確認することができる)。つまり，電場は速さ υ で伝搬する波として存在しうることになる。

一方，式(15)の両辺の rot をとると，左辺からは,

---

[1] rot は「回転」に由来しており curl とも記す。$\nabla \times \boldsymbol{A} = \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A} = \mathrm{curl}\, \boldsymbol{A}$ である。

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{B}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B} = -\nabla^2 \boldsymbol{B} \tag{23}$$

が得られ(式(14)を適用)，式(15)の右辺からは，

$$\nabla \times \left(\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \right) = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \tag{24}$$

が得られるから(式(13)を適用)，

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{\varepsilon_0 \mu_0}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \tag{25}$$

が成立する。この式は式(21)とまったく同型であるから，磁場も電場と同じ速さ$\gamma/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$で伝搬する波として存在しうることがわかる。速さ v は真空中の光速2.99792458×10^8 $\mathrm{m\ s^{-1}}$に対応しており[1]，以後，これを c_0 と記すことにする[2]。したがって，

$$\boxed{c_0 = \frac{\gamma}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}} \tag{26}$$

が常に成立する(式(13)および(15)からわかるように，定数γは電気的な現象と磁気的な現象をつなぐ役割を果たしており，その意味で「連結因子」と呼ばれることがある。式(26)の関係は単位系にかかわらず常に成立しなければならないから，3 つの定数α, β, γのうち独立に与えうるもの(独立量)は 2 つだけである。したがって，定数α, β, γのとり方(言い換えると，ε_0, μ_0, γ, k の与え方)にもとづいて，いくつかの単位系が構成されることになる。

[1] ε_0, μ_0, γのとり方 → 独立量の相違
[2] k のとり方 → 定数値の相違
[3] 単位のとり方 → 基本単位の相違

[1]は非常に重要であり，電気量にかかわるもの(たとえばε_0)を定義してからその他の定数を決める(静電単位系; **E**lectro**s**tatic system of **u**nits＝esu 単位系)，磁気量にかかわるもの(たとえばμ_0)を定義してから他の定数を決める(電磁単位系; **E**lectro**m**agnetic system of **u**nits＝emu 単位系)，ε_0 とμ_0 両方に定義を与える(Gauss 系)などの単位系があり，それぞれの単位系ごとに物理量の単位(次元)だけでなく理論式の(見かけの)形も変わることになる。

[2]に関して，k = 4πとする場合を有理系といい，k = 1 とする場合を非有理系という[3]。

---

1 この数値は測定値ではなく，定義された値(exact)である。
2 したがって，本書では c_0 = 2.99792458 × 10^8 m $\mathrm{s^{-1}}$ = 2.99792458 × 10^{10} cm $\mathrm{s^{-1}}$ である。
3 4πは全球の立体角に由来している。

これらは，理論式の見かけの形にかかわる問題であり本質的な点ではないが，いくつかの成書に書かれた式同士を比較したり，式に数値を代入して計算したりするときには，どちらの系で書かれたものかを把握しておかなければ正しい値を得ることができない。有理系では，クーロンの法則やビオ・サバール(Biot-Savart)の法則に 4πが現れて複雑に見えるが，逆に，マクスウェル方程式に 4πが現れなくなるため見かけがきれいになる。非有理系はこの逆で，クーロンの法則は見かけがすっきりするが，マクスウェル方程式の随所に 4πが現れる。

[3]は，物理量の大きさを表す単位を cm, g, s で統一するか，m, kg, s, A(または C)で統一するかという区別である。前者を 3 元系，後者を 4 元系と呼ぶ。

以下に，主な単位系の定義と特徴を記す。

1) CGS esu(CGS 静電単位系)

・基本単位は cm, g, s である(3 元系)。

・k = 1(非有理系)とする。

・真空誘電率ε_0 と連結因子γを独立量にとり, $\varepsilon_0 = 1$ および$\gamma = 1$(いずれも無次元)と定義する。したがって，真空透磁率μ_0 は式(26)より，

$$\mu_0 = \frac{1}{c_0^2} = 1.11265\ldots \times 10^{-21}\ \mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^2 \tag{27}$$

となる。

2) CGS emu(CGS 電磁単位系)

・基本単位は cm, g, s である(3 元系)。

・k = 1(非有理系)とする。

・真空透磁率μ_0 と連結因子γを独立量にとり，$\mu_0 = 1$ および$\gamma = 1$(いずれも無次元)と定義する。したがって，真空誘電率ε_0 は式(26)より，

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{c_0^2} = 1.11265\ldots \times 10^{-21}\ \mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^2 \tag{28}$$

となる。

3) Gauss 単位系

・基本単位は cm, g, s である(3 元系)。

・k = 1(非有理系)とする。

・真空誘電率ε_0 と真空透磁率μ_0 を独立量とし，両方を 1(無次元)と定義する。したがって，連結因子が$\gamma = c_0 = 2.99792458 \times 10^{10}$ cm s^{-1} となる。

4) MKSA 単位系[1]

[1] MKSQ 単位系ともいう。

・基本単位は m, kg, s，A(または C)である(4 元系)。
・k = 4π(有理系)とする。
・真空透磁率μ_0と連結因子γを独立量にとる。真空透磁率を

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N\ A^{-2}} = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{kg\ m\ C^{-2}} \tag{29}$$

と定義(exact 値を設定)し[1]，連結因子をγ = 1(無次元)とするから，式(26)より真空誘電率は

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c_0^2} = 8.854187817\ldots \times 10^{-12}\ \mathrm{N^{-1}\ C^2\ m^{-2}} \tag{30}$$

となる。μ_0もc_0も定義された値(exact)であるからε_0も定義値となるが[2]，μ_0が数値で与えられ，ε_0の中に光速が入っているので，分類上は電磁単位系である。1901 年に G. Giorgi が提案し，1954 年の第 10 回国際度量衡総会の決議により国際単位系(SI)として採択された。

以下では，各単位系を，CGS esu 系，CGS emu 系，Gauss 系，MKSA 系と呼ぶ。これらの代表的 4 単位系の設定をまとめたものが表 1 である。

5) その他の単位系
○ローレンツ–ヘビサイド単位系
　Gauss 系同様に，電気的な量には CGS esu を，磁気的な量には CGS emu を使うが，有

表 1. 代表的な 4 単位系の設定

単位系	基本単位	独立量	k	ε_0	μ_0	γ
CGS esu	cm, g, s	ε_0, γ	1	1	$1/c_0^2$	1
CGS emu	cm, g, s	μ_0, γ	1	$1/c_0^2$	1	1
Gauss	cm, g, s	ε_0, μ_0	1	1	1	c_0
MKSA	m, kg, s, A	μ_0, γ	4π	$1/(\mu_0 c_0^2)$	$4\pi \times 10^{-7}$	1

(注) c_0は真空中の光速であり，その大きさは各単位系の基本単位を用いて表す。したがって，MKSA 系では$c_0 = 2.99792458 \times 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}}$であり，それ以外の単位系については$c_0 = 2.99792458 \times 10^{10}\ \mathrm{cm\ s^{-1}}$である。

[1] 定義される数値であるから単に 1 でもよいはずであるが，とても思い付きようがない値に設定されている(電磁気学の単位系に対する戸惑いはこの不思議な数値から始まるといっても過言ではない)。この値は，昔から電気工学分野で使われていた V(ボルト)，A(アンペア)，Ω(オーム)，W(ワット)などの単位の大きさを変えないように単位系を構築したことのしわよせであり，基本量としての透磁率や誘電率を(定義値らしくない)定数として与えざるをえなかったという経緯である。(値を自由に決めていいといわれて $4\pi \times 10^{-7}$ にとる人は，まず，いないであろう。)

[2] ε_0もμ_0も定義値であるからどちらを先に与えても結果は同じであるが，通常はμ_0を独立量とする。

理系の単位系である。ヘビサイド(O. Heaviside)が 1882～83 年に提案しローレンツ(H. A. Lorentz)が再編成したもので，有理系の元祖といえる単位系である。一時期広く使われたが MKSA 系へと移行した。

○一般化 CGS 静電単位系(一般化 CGS esu)
CGS esu を 4 元系にしたもの。cm, g, s, Fr(フランクリン)を基本単位とする。CGS esu 系から MKSA 系へ移行する過渡的措置として，国際記号単位述語委員会(SUN 委員会)が採択したもの。Fr は同単位系の電荷の単位の名称である。

○一般化 CGS 電磁単位系(一般化 CGS emu)
CGS emu 系を 4 元系にしたもの。cm, g, s, Bi(ビオ)を基本単位とする。Bi は同単位系の電流の単位の名称である。

○MKSP 単位系
鈴木範人，小塩高文「応用光学 II」(朝倉書店，1982)の中で紹介されている単位系。MKSP の P は Physical を意味する。有理 3 元系(MKS)であり，$\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$, $\gamma = c_0$ とする。したがって，ローレンツ-ヘビサイド単位系の MKS 版ということもできる。電気系と磁気系に対する Gauss 系の対称性のよさを活かしつつ，非有理系という Gauss 系の欠点[1]を解消するために考案されたが広く普及はしていない。

§2 電場と磁場の対応($\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応と $\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$ 対応)

電磁気学の単位に関する重要な点として，電気的な量と磁気的な量の対応の問題がある。電気量である電荷に対応するものとして，磁気量として“磁荷”を考え，磁荷に対するクーロンの法則を基本とする立場が「$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応」と呼ばれるものである。つまり，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応は磁石が作る磁場を出発点とする立場である。しかし，電荷と違って，これまでに単独の磁荷のみ(つまり単独の N 極あるいは S 極のみ)が取り出されたことはなく，磁荷は存在しないとされている。しかし，理論的な取り扱いにおいて，$q \leftrightarrow q_\mathrm{m}$, $\varepsilon_0 \leftrightarrow \mu_0$, $\boldsymbol{E} \leftrightarrow \boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{D} \leftrightarrow \boldsymbol{B}$ という対応により，電気現象と磁気現象がまったく同じ形式で扱えるというメリットがあるためこの立場($\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応)が存在する。$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応での磁気に関するクーロンの法則は

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_{\mathrm{m}1}q_{\mathrm{m}2}}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{31}$$

で表され，電荷のクーロンの法則と同様に，$q_{\mathrm{m}1}$ と $q_{\mathrm{m}2}$ という磁荷間に力 $\boldsymbol{F}$ がはたらくことを意味している。電荷のクーロンの法則

[1] 鈴木，小塩両氏が彼らの著書で述べているように，非有理系では 1 次元問題の式中に係数 4π が現れ，球対称問題では逆に 4π が消えるという(イメージとは逆の)違和感が生じる。これは，非有理系では単位電荷から電気力線が 4π 本出ているとするのに対して，有理系では単位電荷から電気力線が 1 本出ているとする前提(設定)の違いが原因である。また，両氏は，「MKSA 系が純理的にも他に隔絶してすぐれているかに思い込まれると，それは誤りである。」(文献 1, p. 154)「MKSA 系では，非対称の電磁単位系統であるため，電磁波らしくないところに c が現れ(例: ε_0), かえってマックスウェルの方程式のように電磁波と直接関連するところにそれが現れず，積 $\varepsilon\mu$ の中に埋没してくる。これも MKSA 系の欠点の一つである」(文献 1, p. 155)と述べている。(筆者もその通りであると思う。)

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{32}$$

から，電荷q_2が作る電場$\boldsymbol{E}$が

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{33}$$

で与えられ，力が$\boldsymbol{F} = q_1\boldsymbol{E}$で表されるのと同様に，磁荷$q_{\mathrm{m}2}$が作る磁場$\boldsymbol{H}$を，

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_{\mathrm{m}2}}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{34}$$

と書くことができ，磁荷間の力を

$$\boldsymbol{F} = q_{\mathrm{m}1}\boldsymbol{H} \tag{35}$$

と表すことができる。

一方，「$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$ 対応」の立場では，磁荷というものを考えず，磁石の基本は(円)電流であるとする。磁気的な力の基本法則はクーロンの法則ではなくアンペールの力(式(3))

$$\boldsymbol{F} = I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B} \tag{36}$$

であり，電流とビオ・サバールの法則で表される磁場(正確には磁束密度)の間の相互作用により力が生じる[1]。つまり，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$対応は，電流が作る磁場を出発点とする立場である[2]。磁束密度$\boldsymbol{B}$はμ_0によって$\boldsymbol{H}$と結ばれ，真空中では

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} \tag{37}$$

の関係がある。式(36)を$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$対応での$\boldsymbol{F} = q_{\mathrm{m}1}\boldsymbol{H}$(式(35))に対応する式と見なすことができるから，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$ 対応では，電流素片$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$を(一種の)磁荷，$\boldsymbol{B}$ を磁場と考えていることになる[3]。しかし，式(36)，(37)より，$\boldsymbol{F} = \mu_0 I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{H}$の形にして磁場をあらわに示し，この$\boldsymbol{H}$が作用して力$\boldsymbol{F}$がはたらく対象として磁荷に相当するものを考えてしまうと，磁場を($\boldsymbol{B}$ではなく)$\boldsymbol{H}$とする$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$対応と同じ立場になってしまうので，あくまで$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$対応の立場で磁気のクーロンの法則を表す必要がある。そこで，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応で書かれた磁気のクーロンの法則(たとえば式(35))

$$\boldsymbol{F} = q_{\mathrm{m}}\boldsymbol{H} \tag{38}$$

の形に合わせて，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$対応での磁気のクーロンの法則の式を，

---

[1] アンペールの式は有名な「フレミングの左手の法則」を表したものであり，親指 = $\boldsymbol{F}$，人差し指 = $\boldsymbol{B}$，中指 = $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$という対応になるが，外積を習得していれば(=大学生は)「フレミング」を使う必要はなく，$I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$と$\boldsymbol{B}$のなす角が鈍角になると(指が痛いので)外積で考える方がよい。旧国鉄吹田教習所の電気工学の講義では「親指 = $\boldsymbol{F}$ =**う**ごき，人差し指 = $\boldsymbol{B}$ = **じ**ば，中指 = $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ = **でん**りゅう」を略して(フレミングの右手法則も左手法則も)「うじでん = 宇治電 (現 山陽鉄道)」と呼んでいたというエピソードがある。

[2] もちろん，磁石が作る磁場も電流が作る磁場も本質は同じである。

[3] $\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$対応では$\boldsymbol{B}$を単に磁場と呼ぶことが多いが，正しくは，$\boldsymbol{H}$を「磁場の強さ」，$\boldsymbol{B}$を「磁束密度」と呼ぶべきである。

$$\boldsymbol{F} = \xi\boldsymbol{B} \tag{39}$$

の形に書き，“新しい”磁荷ξを形式的に導入すると，真空中では $\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}$ であるから，$\boldsymbol{F} = \mu_0\xi\boldsymbol{H}$ となり，***E–B*** 対応での磁荷ξは ***E–H*** 対応の磁荷 q_m と(μ_0 の分だけ)次元も値も異なることになる。つまり，

$$\xi = \frac{q_\mathrm{m}}{\mu_0} \tag{40}$$

であり，ξの単位は A m，q_m の単位は N A^{-1} m (= Wb; ウェーバ[1])である。同じ磁荷であるにもかかわらず単位も大きさも異なるのは, そもそも磁荷というものを考えない ***E–B*** 対応の立場において，あえて磁荷というものを考えた結果である。言い換えると，磁荷という物理量に違いを設けたことによって，***E–B*** 対応でも ***E–H*** 対応でも ***E***, ***B***, μ_0 が同じ次元と値をもつことができているのである[2]。

仮想的な磁荷とは別に, 測定される物理量の中にも ***E–B*** 対応と ***E–H*** 対応とで定義が変わるものがあることに注意しておく必要がある。その典型例は磁化である。***E–H*** 対応での磁化 $\boldsymbol{M}_\mathrm{H}$ (添字の H は ***E–H*** 対応を意味する)は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} = \mu_0\boldsymbol{H} + \frac{4\pi}{k}\boldsymbol{M}_\mathrm{H} \tag{41}$$

これは，電気(静電)系の関係式

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \frac{4\pi}{k}\boldsymbol{P} \tag{42}$$

(***D*** は電束密度，***E*** は電場，***P*** は分極)における分極 ***P*** と磁気系の磁化 $\boldsymbol{M}_\mathrm{H}$ が対応していることを表している。

一方，***E–B*** 対応の場合，***H*** を次式により導入する。

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \frac{4\pi}{k}\boldsymbol{M}_\mathrm{B} \tag{43}$$

この式中の $\boldsymbol{M}_\mathrm{B}$ が ***E–B*** 対応の磁化である。つまり，

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} + \frac{4\pi\mu_0}{k}\boldsymbol{M}_\mathrm{B} \tag{44}$$

であり，式(41)と式(44)の比較から，

$$\boldsymbol{M}_\mathrm{B} = \frac{\boldsymbol{M}_\mathrm{H}}{\mu_0} \tag{45}$$

という関係が得られ，同じ磁化と呼ばれる物理量でも，***E–H*** 対応と ***E–B*** 対応とでは同一で

[1] 名称はドイツの物理学者 W. H. Weber(ウェーバー)に由来するが，単位名としては「ウェーバ」と書く。
[2] 電場や磁場が ***E–H*** 対応と ***E–B*** 対応とで異なる値をもつことになると大混乱を招くであろう。

はなくなり，式(40)の磁荷と同様にμ_0倍の違いが生じることになる(μ_0は$4\pi \times 10^{-7}$ N A^{-2}という数値であるから差は非常に大きい)。このように，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$対応と$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$対応のいずれの対応で定義されている式であるかを認識した上で式や数値を扱わなければ，桁違いの誤りを引き起こす危険性がある。

§3 単位の換算

以下では，いろいろな単位系の間での単位の換算を行う[1]。まず，最も基本的なMKSA系のC(クーロン)とCGS esu系の電荷単位esuとの変換を行う[2]。この場合，基本になるのはクーロンの法則であり，MKSA系では，

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{46}$$

CGS esu系では，

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{47}$$

と表される[3]。両者がまったく同じ現象を表している場合でも，基本単位の違いを反映して，両左辺のFの値は異なる尺度(N(ニュートン)とdyn(ダイン)は10^5倍異なる)で測られる。単純な例を示すと，ある式の中で長さを表現する変数 x がメートル(m)単位で測られるとき，その式のxをセンチメートル(cm)単位で測られる変数x'に置き換えるには，x m = x' cm に対して m = 100 cm を適用して得られる

$$x = x'\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}} = \frac{x'}{100} \tag{48}$$

という関係を元の式の x に代入すればよい。以下に示す単位の換算はすべてこの(単純な)原理を利用する。式(48)のxもx'も物理量ではなく数値を表している。このような数値間の関係式を「数値方程式」と呼ぶ。数値方程式$100x = x'$は，単位間の関係 m = 100 cm と逆の関係になっており[4]，(当然ながら)物理量を表現する単位のサイズが大きい文字ほど数値は小さくなる。

C と esuの換算を行うために，クーロンの法則の数値方程式を変形する[5]。MKSA系で書かれた式(つまりNで測られた力)とCGS esu系で書かれた式(dynで測られた力)を区別するために，後者の文字にプライム記号($'$)を付けて，

---

[1] 本節は，A. Sommerfeld 著(伊藤大介 訳)「理論物理学講座3 電磁気学」，講談社 (1982年)，付録：初学者のための準備，pp. 433～441の解説を参考にしている。
[2] 電荷の単位としてのesuをフランクリン(Fr)と呼ぶ場合がある。
[3] 単位の換算を考える場合はベクトル量で考える必要がないので，スカラーで表した式を用いることにする。
[4] これを単位と測定値の「反傾的関係」と呼ぶ。
[5] Cとesuの換算のために使用する式は，電荷が使用されている式であればクーロンの法則以外でも構わない。

$$F' = \frac{q_1' q_2'}{r'^2} \tag{49}$$

と書き，次の手順に従って換算を行う。

1. MKSA 系の式(46)を数値方程式とみなし，既知の単位間の換算関係を利用して式変形を行う。
2. 得られた式から，CGS esu 系の数値方程式(式(49))を“抜き取る”ことにより，残った部分の関係から C と esu の単位としての大きさの比を求める。

式(46)に現れた文字(数値)に単位を付けてから変形し，

$$F \cdot \mathrm{N} = F' \cdot \mathrm{dyn} \ \rightarrow \ F = F' \cdot \left(\frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{N}}\right) \tag{50}$$

$$q \cdot \mathrm{C} = q' \cdot \mathrm{esu} \ \rightarrow \ q = q' \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right) \tag{51}$$

$$r \cdot \mathrm{m} = r' \cdot \mathrm{cm} \ \rightarrow \ r = r' \cdot \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right) \tag{52}$$

式(46)に代入すると，

$$F' \cdot \left(\frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{N}}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1' q_2' \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2}{r'^2 \cdot \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right)^2} \tag{53}$$

が得られる(式(51)に含まれている(esu/C)の値が得られれば C と esu の換算を行うことができる)。式(53)は(物理量の方程式ではなく)数値方程式であるから，変換後，「′」が付いた文字の関係式が得られたとき，F' や q_1' などの文字以外はすべて数値になっていなければならない。したがって，式(53)のε_0 を(次元がない)数値として置き換える必要がある。式(46)の中のε_0 は式(30)で示したように 8.854187817... × 10^{-12} という大きさであるが，この数値をそのまま式(53)中に表記すると式が見にくくなるので，ε_0 を式(29)と式(30)を用いて書き換えると，

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c_0^2} = \frac{10^7}{4\pi c_0^2} \tag{54}$$

となる。しかし，このままでは c_0 という文字が m s^{-1} という単位に対応する数値をもっており，CGS esc 系での光速の単位 cm s^{-1} に対応する数値になっていない。MKSA 系 → CGS esu 系の数値の置き換えでは，光速を 2.99792458 × 10^{10} という数値で(CGS esu 系に)引き渡す必要があるから，

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c_0^2} = \frac{10^{11}}{4\pi\zeta^2} \text{ (無次元)} \tag{55}$$

と置き換える[1]。ここで，ζは cm s^{-1} 単位で表した真空中光速の数値(2.99792458 × 10^{10})であり[2], 分子の 10^4 倍の違いは $m^2\ s^{-2}$ と $cm^2\ s^{-2}$ の比を反映している(当然ながら, 式(55)の置き換えを行っても，値は元のε_0 と同じ 8.854187817... × 10^{-12} である)。式(55)の右辺を式(53)のε_0 に代入して次式を得る。

$$F' \cdot \left(\frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{N}}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{4\pi\zeta^2}{10^{11}}\frac{q_1'q_2' \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2}{r'^2 \cdot \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right)^2} \tag{56}$$

したがって，

$$F' \cdot \left(\frac{1}{10^5}\right) = \frac{\zeta^2}{10^{11} \times 10^{-4}}\frac{q_1'q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2 \tag{57}$$

さらに変形して，

$$F' = \frac{10^5\zeta^2}{10^{11} \times 10^{-4}}\frac{q_1'q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2 = \frac{\zeta^2}{10^2}\frac{q_1'q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2 \tag{58}$$

この式から，CGS esu 系のクーロンの法則式(式(49))を抜き取ると(言い換えると，$F' = q_1'q_2'/r'^2$ を代入すると)，

$$1 = \frac{\zeta^2}{10^2} \cdot \left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2 \tag{59}$$

であるから，

$$\left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right)^2 = \frac{10^2}{\zeta^2} \tag{60}$$

---

1 MKSA 系 ↔ CGS esu 系について「$1/(4\pi\varepsilon_0) \leftrightarrow \zeta^2/10^{11}$」という置き換えを覚えておくと便利である。

2 物理量ではなく無次元の数値であることに注意する。IUPAC 発行の，E. R. Cohen, T. Cvitaš, J. G. Frey, B. Holmström, K. Kuchitsu, R. Marquardt, I. Mills, F. Pavese, M. Quack, J. Stohner, H. L. Strauss, M. Takami, and A. J. Thor, *Quantities, Units and Symbols in Physical Chemistry*, 3rd ed., 2007 (同書は，表紙の色にちなんで「Green Book」と呼ばれている)の日本語訳である，産業技術総合研究所計量標準総合センター 訳「物理化学で用いられる量・単位・記号」第 3 版, 講談社サイエンティフィク (2009 年), p. 162, 168, 173 に記されている「ζは, 厳密に正確な無名数ζ = c_0/(cm s^{-1}) = 29 979 245 800 である。」という記述に従って，本書でも「ζ」を用いる。

つまり，

$$\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}} = \frac{10}{\zeta} \tag{61}$$

となり，単位の換算として，

$$(電荷)\quad \boxed{\mathrm{esu} = \frac{10}{\zeta}\mathrm{C} \quad または \quad \mathrm{C} = \frac{\zeta}{10}\mathrm{esu}} \tag{62}$$

が得られる。繰り返しになるが，ζが 2.99792458 × 10^{10} という大きさの無次元数であることに注意する。また，単位換算表などに，1 esu = 3.335641 × 10^{-10} C あるいは 1 C = 2.99792458 × 10^{9} esu と書かれていることがあるが，これらの換算には物理法則が関係しているという意味で，1 m = 100 cm のような換算とは異なる換算である[1]。

上記の C と esu の変換はあまりにも有名であり，換算表に頻繁に登場するものなので，以下では，通常，あまり見かけない特殊なケースを扱うことにする。MKSA 系の C と CGS emu 系の電荷の単位の換算はどのようになるであろうか。CGS emu 系の電荷の単位には名前がないので，ここでは単に「emu 電荷」と書くことにする。まず，MKSA 系でのクーロンの法則は，

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{63}$$

一方，CGS emu 系でのクーロンの法則は，

$$F' = \frac{1}{\varepsilon_0'}\frac{q_1' q_2'}{r'^2} \tag{64}$$

である。前回のケースと同様に式(63)を数値方程式として変形していくと，

$$F' \cdot \left(\frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{N}}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{4\pi\zeta^2}{10^{11}}\frac{q_1' q_2' \cdot \left(\dfrac{\mathrm{emu電荷}}{\mathrm{C}}\right)^2}{r'^2 \cdot \left(\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right)^2} \tag{65}$$

となる。式(28)にもとづいて，ε_0' の大きさが$1/\zeta^2$ であることを考慮すると，

$$F' \cdot \left(\frac{1}{10^5}\right) = \frac{1}{10^{11} \times \varepsilon_0' \times 10^{-4}}\frac{q_1' q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\mathrm{emu電荷}}{\mathrm{C}}\right)^2 \tag{66}$$

[1] 前出の「Green Book」日本語版 p. 235 に掲載されている「エネルギーに関する単位の相互換算表」では，物理法則が関係する換算を示すために，単なる等号「=」ではなく「≙」という記号を用いている。

つまり，

$$F' = \frac{10^5}{10^{11} \times \varepsilon_0' \times 10^{-4}} \frac{q_1' q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\text{emu電荷}}{\text{C}} \right)^2 = \frac{1}{10^2} \frac{1}{\varepsilon_0'} \frac{q_1' q_2'}{r'^2} \cdot \left(\frac{\text{emu電荷}}{\text{C}} \right)^2 \tag{67}$$

この式から，CGS emu 系のクーロンの法則の数値方程式(式(64))を抜き取ると，

$$1 = \frac{1}{10^2} \cdot \left(\frac{\text{emu電荷}}{\text{C}} \right)^2 \tag{68}$$

であるから，

$$\left(\frac{\text{emu電荷}}{\text{C}} \right)^2 = 10^2 \tag{69}$$

つまり，

$$\frac{\text{emu電荷}}{\text{C}} = 10 \tag{70}$$

となり，単位の換算として，

$$\text{(電荷)} \quad \boxed{\text{emu電荷} = 10\,\text{C} \ \text{または}\ \text{C} = \frac{\text{emu電荷}}{10}} \tag{71}$$

が得られる。このように，あまり見かけない単位の換算でも簡単に行うことができる。

ここまで電気量の方を中心に扱ってきたので，次は，MKSA 系の磁気量 Wb(= N A^{-1} m)と CGS emu 系の磁気量(emu)の間の換算を行ってみる。単位換算の問題は ***E*–*H*** 対応か ***E*–*B*** 対応かにはよらないので，比較的理解しやすい ***E*–*H*** 対応で考えることにする。MKSA 系の磁気のクーロンの法則は，

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_{\text{m}1} q_{\text{m}2}}{r^2} \tag{72}$$

であり，CGS emu 系では，

$$F' = \frac{q_{\text{m}1}' q_{\text{m}2}'}{r'^2} \tag{73}$$

である。これまでと同様の手順で変形を進めると，

$$F' \cdot \left(\frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{N}}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{4\pi\times 10^{-7}}\frac{q'_{m1}q'_{m2}\cdot\left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)^2}{r'^2\cdot\left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right)^2} \tag{74}$$

となる。ここで，μ_0 を $4\pi \times 10^{-7}$(数値)に置き換えた。変形を続けると，

$$F' \cdot \left(\frac{1}{10^5}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{4\pi\times 10^{-7}\times 10^{-4}}\frac{q'_{m1}q'_{m2}}{r'^2}\cdot\left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)^2 \tag{75}$$

さらに，

$$F' = \frac{10^5}{(4\pi)^2\times 10^{-7}\times 10^{-4}}\frac{q'_{m1}q'_{m2}}{r'^2}\cdot\left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)^2 = \frac{10^{16}}{(4\pi)^2}\frac{q'_{m1}q'_{m2}}{r'^2}\cdot\left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)^2 \tag{76}$$

となり，この式から，CGS emu 系でのクーロンの式(式(73))を抜き取ると，

$$\left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)^2 = \frac{(4\pi)^2}{10^{16}} \tag{77}$$

が残る。したがって，

$$\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}} = \frac{4\pi}{10^8} \tag{78}$$

であるから，

$$(\text{磁荷}) \quad \boxed{\mathrm{emu} = \frac{4\pi}{10^8}\,\mathrm{Wb} \text{ または } \mathrm{Wb} = \frac{10^8}{4\pi}\,\mathrm{emu}} \tag{79}$$

が得られる。これが，磁気量に関する MKSA 系と CGS emu 系の間の換算である。

次に，CGS emu 系の磁束の単位 Mx(マクスウェル)と MKSA 系の磁束の単位 Wb の間の換算を考えてみよう。磁束Φは，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を面積分したものであり，

$$\Phi = \int \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\,dS \tag{80}$$

の関係があるから[1]，まず，磁束密度の単位換算から考える。MKSA 系での磁束密度 B は，真空中の場合，磁場 H と

$$B = \mu_0 H \tag{81}$$

[1] $\mathrm{d}S$ は面要素，$\boldsymbol{n}$ は面要素の単位法線ベクトル。

で結ばれる。一方，CGS emu 系では$\mu_0 = 1$であるから

$$B' = H' \tag{82}$$

である。BとB'の間の換算を行うために必要な，磁場HとH'の単位換算をまだ行っていないので，先に磁場の単位換算を行うことにする。MKSA 系の磁場Hは式(34)より

$$H = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_m}{r^2} \tag{83}$$

と書け，単位は A m^{-1} である。一方，CGS emu 系での磁場H'は

$$H' = \frac{q'_m}{r'^2} \tag{84}$$

であり，単位はdyn emu^{-1} = $\mathrm{dyn}^{1/2}$ cm^{-1}である(これには Oe(エルステッド)という名称が与えられている)。A m^{-1} と Oe の換算にはq_mとq'_mつまり Wb と emu の換算が必要であるが，すでに式(79)で得たからその結果(emu = $4\pi \times 10^{-8}$ Wb)を利用すればよい。式(83)を変形すると，

$$H' \cdot \left(\frac{\mathrm{Oe}}{\mathrm{A\ m^{-1}}}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{1}{4\pi \times 10^{-7}}\frac{q'_m \cdot \left(\frac{\mathrm{emu}}{\mathrm{Wb}}\right)}{r'^2 \cdot \left(\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{m}}\right)^2} \tag{85}$$

となり，既知の単位換算を利用すると，

$$H' \cdot \left(\frac{\mathrm{Oe}}{\mathrm{A\ m^{-1}}}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-8}}{(4\pi)^2 \times 10^{-7} \times 10^{-4}}\frac{q'_m}{r'^2} \tag{86}$$

したがって，

$$\frac{\mathrm{Oe}}{\mathrm{A\ m^{-1}}} = \frac{10^3}{4\pi} \tag{87}$$

つまり，

(磁場の強さ)

$$\boxed{\mathrm{Oe} = \frac{10^3}{4\pi}\mathrm{A\ m^{-1}} \quad \text{または} \quad \mathrm{A\ m^{-1}} = \frac{4\pi}{10^3}\mathrm{Oe}} \tag{88}$$

を得る。これで，磁場の単位換算ができたので，次は，磁束密度の換算を行う。磁束密度には MKSA 系，CGS emu 系いずれにおいても単位に名称が与えられており，前者は T(テスラ)，後者は G(ガウス)である。したがって，式(81)は

$$B' \cdot \left(\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{T}}\right) = 4\pi \times 10^{-7} H' \cdot \left(\frac{\mathrm{Oe}}{\mathrm{A\ m^{-1}}}\right) \tag{89}$$

と変形される。直前の Oe と $\mathrm{A\ m^{-1}}$ の間の換算の結果(式(88))を適用して得られる

$$B' \cdot \left(\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{T}}\right) = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^3}{4\pi} H' = 10^{-4} H' \tag{90}$$

から CGS emu 系の式 $B' = H'$ (式(82))を抜き取れば,

$$\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{T}} = 10^{-4} \tag{91}$$

となり，G と T の関係

$$(\text{磁束密度}) \quad \boxed{\mathrm{G} = 10^{-4}\,\mathrm{T} \text{ または } \mathrm{T} = 10^{4}\,\mathrm{G}} \tag{92}$$

が得られる。以上で，当初の目的であった磁束の換算を行う準備がすべて整った。

磁束を表す式は式(80)に示した

$$\Phi = \int \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n}\, dS \tag{93}$$

であるから, MKSA 系の磁束の単位 Wb と CGS emu 系の磁束の単位 Mx の換算を行うために式(93)を変形すると,

$$\Phi' \cdot \left(\frac{\mathrm{Mx}}{\mathrm{Wb}}\right) = \int \boldsymbol{B}' \cdot \left(\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{T}}\right) \cdot \boldsymbol{n}\, dS' \cdot \left(\frac{\mathrm{cm^2}}{\mathrm{m^2}}\right) \tag{94}$$

となる。G と T の換算は式(92)より $\mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$ であるから,

$$\Phi' \cdot \left(\frac{\mathrm{Mx}}{\mathrm{Wb}}\right) = 10^{-4} \times 10^{-4} \int \boldsymbol{B}' \cdot \boldsymbol{n}\, dS' \tag{95}$$

これより,

$$\frac{\mathrm{Mx}}{\mathrm{Wb}} = 10^{-8} \tag{96}$$

つまり,

$$(\text{磁束}) \quad \boxed{\mathrm{Mx} = 10^{-8}\,\mathrm{Wb} \text{ または } \mathrm{Wb} = 10^{8}\,\mathrm{Mx}} \tag{97}$$

が得られる。ここで，MKSA 系では，次元が同じである磁気量と磁束が両方とも Wb という名称で呼ばれるが，CGS emu 系では磁束にのみ Mx という名称があるだけで磁気量には名称がないことに注意する。MKSA 系と同様に，CGS emu 系の磁気量にも Mx という名称を与えてもよいと考えられるかもしれないが，磁気量間の換算は，

$$\mathrm{Wb} = \frac{10^8}{4\pi}\,\mathrm{emu} \tag{98}$$

であり，磁束間の換算は，

$$\mathrm{Wb} = 10^8\,\mathrm{Mx} \tag{99}$$

であるから，磁気量間の換算と磁束間の換算係数は同じにならず 4π分の違いがある。

§4 異なる単位系での式表現

前節では，単位の換算を扱ったが，単位系間で式の変換を行うにはどうすればいいであろうか。基本的な方針としては，1 つの単位系での数値方程式を既知の単位換算を利用して変形し，別の単位系の数値方程式に書き換えればよい。(§3 の単位の換算では，1 つの未知の単位換算以外について，既知の単位換算を利用して数値方程式の文字を置き換えることにより目標とする単位系に向けた変形を行ったが，式表現の変換の場合は，単位換算がすべて既知である状況で，数値方程式の文字の置き換えを行って式を整理し，目標とする単位系での式を得るという手順となる。)

まず，最も基本的なクーロンの法則の式の CGS esu 単位系での式から

$$F' = \frac{q_1' q_2'}{r'^2} \tag{100}$$

を MKSA 単位系の式を導出してみよう[1](§3 では MKSA 系 → CGS esu 系という方向で変形したが，逆方向の変換を扱うことで，ζやε_0 の扱い方が正確に理解できるであろう)。それぞれの文字の単位を付けた置き換えをまとめると，

$$F' = F \cdot \left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{dyn}}\right) = 10^5 F \tag{101}$$

$$q' = q \cdot \left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{esu}}\right) = \left(\frac{\zeta}{10}\right) q \tag{102}$$

$$r' = r \cdot \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cm}}\right) = 10^2 r \tag{103}$$

となる。式(101), (102), (103)を式(100)に代入した

[1] わざわざ導出しなくても結果はわかっているが，結果が既知である方が，手順の中身や進め方の意味を理解しやすいであろう。

$$10^5 F = \left(\frac{\zeta}{10}\right)^2 \frac{1}{10^4}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{104}$$

を整理すると，

$$F = \frac{\zeta^2}{10^{11}}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{105}$$

となる。今は CGS esu 系 $\rightarrow$ MKSA 系の変換であるから，MKSA 系 $\rightarrow$ CGS esu 系の場合の式(55)とは逆に，cm s^{-1} 単位での光速の数値であるζを m s^{-1} 単位の光速の数値(2.99792458×10^8)を含めた形にして(MKSA 系に)引き渡す必要がある。そこで，

$$\zeta = 10^2 c_0 \quad (\text{無次元}) \tag{106}$$

と置き直すと，式(105)の右辺の係数は

$$\frac{\zeta^2}{10^{11}} = \frac{10^4 c_0^2}{10^{11}} = \frac{c_0^2}{10^7} \tag{107}$$

となる。式(29), (30)から得られる

$$c_0^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{10^7}{4\pi\varepsilon_0} \tag{108}$$

を式(107)に代入すると，

$$\frac{\zeta^2}{10^{11}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{109}$$

となるから[1]，式(109)を式(105)に代入して，MKSA 系のクーロンの式

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{110}$$

が得られる。

次に，§1 で示したマクスウェルの方程式の 1 つである式(13)について考えよう。MKSA 系では，

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{111}$$

と表される式を Gauss 系の表記に変換してみる。この式の場合は，あらゆる単位系に対応できる式(7)と表 1 を使えば，任意の単位系での形を知ることができるが，ここでは式(7)のような一般形が与えられていないとして考える。式(111)の中の∇も E も B も最終的に式の中に残すものであるから，これらの単位換算を把握しておく必要がある。Gauss 系では，電

[1] まさに，先述した MKSA 系 $\leftrightarrow$ CGS esu 系での便利な置き換え「$1/(4\pi\varepsilon_0) \leftrightarrow \zeta^2/10^{11}$」である

気に関する量を CGS esu 単位で扱うから(表 1), 電場については, これまでと同様の方法で, MKSA 系の電場(E) と Gauss 系の電場(E') の単位換算を行えばよい。MKSA 系の電場 E は(式(33)の形を参考にして)

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \tag{112}$$

であり，Gauss 系の電場 E' は

$$E' = \frac{q'}{r'^2} \tag{113}$$

である。ここで，E の単位を「MKSA 電場」，E' の単位を「esu 電場」と書いて，式(112)を変形すると，

$$E'\cdot\left(\frac{\text{esu電場}}{\text{MKSA電場}}\right) = \frac{1}{4\pi}\frac{4\pi\zeta^2}{10^{11}}\frac{q'\cdot\left(\frac{\text{esu電荷}}{\text{C}}\right)}{r'^2\cdot\left(\frac{\text{cm}}{\text{m}}\right)^2} \tag{114}$$

となり，式(62)を利用して

$$E'\cdot\left(\frac{\text{esu電場}}{\text{MKSA電場}}\right) = \frac{4\pi\zeta^2\times 10}{4\pi\times 10^{11}\times\zeta\times 10^{-4}}\frac{q'}{r'^2} = \frac{\zeta}{10^6}\frac{q'}{r'^2} \tag{115}$$

と変形できるから，これより式(113)を抜き取ると

$$\text{MKSA電場}\,(\text{N C}^{-1}) = \frac{10^6}{\zeta}\,\text{esu電場}\,(\text{dyn}^{1/2}\,\text{cm}^{-1}) \tag{116}$$

が得られる。これより，E と E' の関係として，

$$E = E'\cdot\left(\frac{\text{esu電場}}{\text{MKSA電場}}\right) = \frac{\zeta}{10^6}E' \tag{117}$$

が得られる。また，磁場に関しても，B の単位である T と B' の単位である G の間には,

$$\text{T} = 10^4\,\text{G} \tag{118}$$

の関係(式(92))があるから，B と B' の関係は,

$$B = B'\cdot\left(\frac{\text{G}}{\text{T}}\right) = 10^{-4}B' \tag{119}$$

となる。最後に，∇ をあらわに書くと,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{e}_z \tag{120}$$

であり，∇の単位が m^{-1}，∇'の単位が cm^{-1} であること，および $\mathrm{m}^{-1} = 10^{-2}\,\mathrm{cm}^{-1}$ より，

$$\nabla = \nabla' \cdot \left(\frac{\mathrm{cm}^{-1}}{\mathrm{m}^{-1}} \right) = 10^2 \nabla' \tag{121}$$

となる。これら(式(117), (119), (121))を MKSA 系の式(式(111))に代入すると，

$$10^2 \nabla' \times \frac{\zeta}{10^6} \boldsymbol{E}' = -10^{-4} \frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} \tag{122}$$

$$\nabla' \times \boldsymbol{E}' = -\frac{1}{\zeta} \frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} \tag{123}$$

が得られる。この数値方程式の各文字に Gauss 系として付ける単位は，∇'が cm^{-1}，$\boldsymbol{E}'$が $\mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{cm}^{-1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$，$\boldsymbol{B}'$は $\mathrm{g}^{1/2}\ \mathrm{cm}^{-1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$，$t$ は s であるから，ζには $\mathrm{cm\ s}^{-1}$ という単位が付くことになる。ζは $2.99792458 \times 10^{10}$ という数値であるが，これに $\mathrm{cm\ s}^{-1}$ という単位を付けると真空中の光速になるから，式(123)を物理量の関係式にするにはζを c_0 と書けばよい[1]。したがって，Gauss 系で表した Maxwell の方程式(のうちの式(13)にあたるもの)として，

$$\nabla' \times \boldsymbol{E}' = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial \boldsymbol{B}'}{\partial t} \tag{124}$$

が得られる。この結果は，表 1 を利用して式(7)を Gauss 系の式として表したものと一致している。

MKSA 系と Gauss 系のクーロンの法則式の比較から，「MKSA 系で書かれた式を Gauss 系で書かれた式に書き換えるには，MKSA 系の式に現れる $4\pi\varepsilon_0$ の部分を 1 に置き換えればよい」というような“対処療法”的方法を記した解説を目にすることがあるが，この方法がいかに危険であるかがわかるであろう(そもそも，式(111)には $4\pi\varepsilon_0$ がないので対処療法が使えない)。逆に，式の中に埋もれている「1」を見つけることは到底不可能であるから，単なる文字や数字の置き換えだけで式変形ができると考えてはならない。

次に，異なる単位系への式の変換の例として，MKSA 系の磁気モーメントを Gauss 系で表すことを考えてみる。電子の軌道角運動量 $\boldsymbol{l}$ にもとづく磁気モーメントは，MKSA 系で $\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応の場合，次のような表記になる。

$$\boldsymbol{m}_{\mathrm{H}} = -\frac{\mu_0 e}{2m_{\mathrm{e}}} \boldsymbol{l} \quad (\boldsymbol{E}\text{–}\boldsymbol{H}\ 対応) \tag{125}$$

ここで，e は電気素量(電子の電荷の大きさで，ここでは $e > 0$ にとる)，m_{e} は電子の質量であり，右辺の負号は電子の電荷が負であることに対応している。式中のμ_0 は真空透磁率($4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N\ A}^{-2}$)であり，$\boldsymbol{m}_{\mathrm{H}}$ の単位は $\mathrm{N\ A}^{-1}\ \mathrm{m}^2$(= Wb m)である。なお，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{B}$ 対応の磁気モーメントを $\boldsymbol{m}_{\mathrm{B}}$ と記すと

[1] CGS esu 単位系での c_0 の大きさは $2.99792458 \times 10^{10}$ である。

$$\boldsymbol{m}_\mathrm{B} = -\frac{e}{2m_\mathrm{e}}\boldsymbol{l} \quad (\boldsymbol{E}\text{–}\boldsymbol{B}\text{対応}) \tag{126}$$

となり，単位が $\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応とはまったく異なる A m^2 となることに注意する。つまり，$\boldsymbol{E}$–$\boldsymbol{H}$ 対応の磁荷に $1/\mu_0$ がかけられたことに対応して，$\boldsymbol{m}_\mathrm{H}$ に $1/\mu_0$ がかけられた形になっている(式(40)および式(45)参照)。MKSA 系での磁気モーメントの単位は Wb m であり，これを Gauss 系に変換するには，Wb を emu cm(= dyn$^{1/2}$ cm^{-1})に変換すればよい。Wb と emu の変換はすでに式(79)で得たから，

$$\mathrm{Wb\ m} = \frac{10^8}{4\pi}\mathrm{emu\ m} = \frac{10^{10}}{4\pi}\mathrm{emu\ cm} \tag{127}$$

となり，

$$\boldsymbol{m}_\mathrm{H} = \boldsymbol{m}'_\mathrm{H}\cdot\left(\frac{\mathrm{emu\ cm}}{\mathrm{Wb\ m}}\right) = \frac{4\pi}{10^{10}}\boldsymbol{m}'_\mathrm{H} \tag{128}$$

が得られる。Gauss 系は電荷については esu を用いるので，式(62)の

$$\mathrm{C} = \frac{\zeta}{10}\mathrm{esu} \tag{129}$$

より

$$e = e'\cdot\left(\frac{\mathrm{esu}}{\mathrm{C}}\right) = \frac{10}{\zeta}e' \tag{130}$$

となる。質量 m_e は MKSA 系では kg，Gauss 系では g であるから，kg = 10^3 g より，

$$m_\mathrm{e} = m'_\mathrm{e}\left(\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{kg}}\right) = 10^{-3}m'_\mathrm{e} \tag{131}$$

となる。さらに，角運動量 l は MKSA 系では kg m^2 s^{-1}，Gauss 系では g cm^2 s^{-1} であるから，kg m^2 s^{-1} = 10^7 g cm^2 s^{-1} より，

$$\boldsymbol{l} = \boldsymbol{l}'\cdot\left(\frac{\mathrm{g\ cm^2\ s^{-1}}}{\mathrm{kg\ m^2\ s^{-1}}}\right) = 10^{-7}\boldsymbol{l}' \tag{132}$$

を得る。式(128), (130), (131), (132)を式(125)に代入すると，

$$\frac{4\pi}{10^{10}}\boldsymbol{m}' = -\frac{4\pi\times10^{-7}}{2}\frac{\frac{10}{\zeta}e'}{10^{-3}m'_\mathrm{e}}10^{-7}\boldsymbol{l}' \tag{133}$$

となり，これを整理して，

$$\boldsymbol{m}'_{\mathrm{H}} = -\frac{e'}{2m'\zeta}\boldsymbol{l}' \tag{134}$$

を得る。それぞれの文字に単位を付けて考えると，ζは真空中の光速 c_0 に置き換えられるから，最終的に，Gauss 系での磁気モーメントを表す式として

$$\boldsymbol{m}'_{\mathrm{H}} = -\frac{e'}{2m'c_0}\boldsymbol{l}' \tag{135}$$

が得られる。式(135)は式(125)とまったく同じ物理量を表しているが，一見しただけでは同じ物理量とは思えないくらい異なった形をしている。

以上のように，単位と数値の反傾性を利用して，希望する単位系で書かれた式表現を得ることができる。最後に，代表的 4 単位系の単位をまとめたものを表 2 から表 5 に示す。

表 2. MKSA 単位系(有理 4 元系) (***E*–*H*** 対応)

物理量	記号	名称	単位			
電荷	q	ｸｰﾛﾝ(C)	C			
誘電率	ε	—	$\mathrm{N^{-1}\ C^2\ m^{-2}}$	$\mathrm{kg^{-1}\ m^{-3}\ C^2\ s^2}$		
電場	$\boldsymbol{E}$	—	$\mathrm{N\ C^{-1}}$	$\mathrm{kg\ m\ C^{-1}\ s^{-2}}$	$\mathrm{V\ m^{-1}}$	
電束密度	$\boldsymbol{D}$	—	$\mathrm{C\ m^{-2}}$			
双極子ﾓｰﾒﾝﾄ	μ	※	C m			
磁荷(磁気量)	q_{m}	ｳｪｰﾊﾞ(Wb)	$\mathrm{N\ A^{-1}\ m}$	$\mathrm{kg\ m^2\ C^{-1}\ s^{-1}}$	V s	H A
磁束	Φ	ｳｪｰﾊﾞ(Wb)	$\mathrm{N\ A^{-1}\ m}$	$\mathrm{kg\ m^2\ C^{-1}\ s^{-1}}$	V s	H A
透磁率	μ	—	$\mathrm{N\ A^{-2}}$	$\mathrm{kg\ m\ C^{-2}}$	$\mathrm{Wb^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$	$\mathrm{H\ m^{-1}}$
磁場	$\boldsymbol{H}$	—	$\mathrm{A\ m^{-1}}$	$\mathrm{N\ Wb^{-1}}$		
磁束密度	$\boldsymbol{B}$	ﾃｽﾗ(T)	$\mathrm{N\ A^{-1}\ m^{-1}}$	$\mathrm{Wb\ m^{-2}}$		
磁気ﾓｰﾒﾝﾄ	$\boldsymbol{m}_{\mathrm{H}}$	—	$\mathrm{N\ A^{-1}\ m^2}$	Wb m		

・真空透磁率：$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{N\ A^{-2}}$

・真空誘電率：$\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c_0^2) = 10^{11}/(4\pi\zeta^2)\ \mathrm{N^{-1}\ C^2\ m^{-2}}$

c_0 は真空中の光速(次元あり)。ζは $\mathrm{cm\ s^{-1}}$ 単位での真空中の光速の値(無次元)。

・ ***E*–*H*** 対応では $\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}$，***E*–*B*** 対応では $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}/\mu_0 - \boldsymbol{M}_{\mathrm{B}}$ ($\boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{M}_{\mathrm{B}}$ はそれぞれ ***E*–*H*** 対応と ***E*–*B*** 対応での磁化)。

・***E*–*B*** 対応での磁荷は$\xi = q_{\mathrm{m}}/\mu_0$ であり，単位は A m。

・$\boldsymbol{m}_{\mathrm{H}}$ は ***E*–*H*** 対応の磁気モーメント。***E*–*B*** 対応の磁気モーメントは$\boldsymbol{m}_{\mathrm{B}} = \boldsymbol{m}_{\mathrm{H}}/\mu_0$ で定義され，単位は $\mathrm{A\ m^2}$。

・インダクタンスの単位：H(ヘンリー) = $\mathrm{N\ m\ A^{-2} = kg\ m^2\ C^{-2} = V\ A^{-1}\ s = Wb\ A^{-1}}$

- -

・電荷：C(クーロン) = $(\zeta/10)$ esu = $(\zeta/10)$ Fr(フランクリン)

・磁束：Wb(ウェーバ) = 10^8 Mx(マクスウェル)

・磁場：$\mathrm{A\ m^{-1}} = (4\pi/10^3)$ Oe(エルステッド)

・磁束密度：T(テスラ) = 10^4 G(ガウス)

※ 双極子モーメントに対して D(デバイ)という単位が使われることがあるが D = C m ではない。D(デバイ)はもともと CGS esu の双極子モーメントの単位(esu cm)に対して D = 10^{-18} esu cm として定義されたものであり SI 単位ではない。D = 10^{-18} esu cm = $(10^{-18})(10/\zeta)(10^{-2})$ C m = $(10^{-19}/\zeta)$ C m = $3.335640\ldots\times 10^{-30}$ C m である。

表 3. CGS esu(CGS 静電単位系)(非有理 3 元系)

物理量	記号	名称	単位		
電荷	q	ﾌﾗﾝｸﾘﾝ(Fr)	esu	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
誘電率	ε	―	-	-	-
電場	$\boldsymbol{E}$	―	$\mathrm{dyn}\,\mathrm{esu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
電束密度	$\boldsymbol{D}$	―	$\mathrm{dyn}\,\mathrm{esu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
双極子ﾓｰﾒﾝﾄ	μ	―	esu cm	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{2}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{5/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
磁荷(磁気量)	q_{m}	―		$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{s}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{1/2}$
磁束	Φ	―		$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{s}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{1/2}$
透磁率	μ	―	$\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{2}$		
磁場	$\boldsymbol{H}$	―		$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-2}$
磁束密度	$\boldsymbol{B}$	―		$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-3/2}$
磁気ﾓｰﾒﾝﾄ	$\boldsymbol{m}$	―		$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}\,\mathrm{s}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}$

・真空誘電率：$\varepsilon_0 = 1$ (無次元)

・真空透磁率：$\mu_0 = 1/c_0^2 = 1.11265\ldots \times 10^{-21}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{2}$

表 4. CGS emu(CGS 電磁単位系)(非有理 3 元系)

物理量	記号	名称	単位		
電荷	q	―		dyn$^{1/2}$ s	g$^{1/2}$ cm$^{1/2}$
誘電率	ε	―	cm^{-2} s^{2}		
電場	$\boldsymbol{E}$	―		dyn$^{1/2}$ s^{-1}	g$^{1/2}$ cm$^{1/2}$ s^{-2}
電束密度	$\boldsymbol{D}$	―		dyn$^{1/2}$ cm^{-2} s	g$^{1/2}$ cm$^{-3/2}$
双極子ﾓｰﾒﾝﾄ	μ	―		dyn$^{1/2}$ cm s	g$^{1/2}$ cm$^{3/2}$
磁荷(磁気量)	q_{m}	―	emu	dyn$^{1/2}$ cm	g$^{1/2}$ cm$^{3/2}$ s^{-1}
磁束	Φ	ﾏｸｽｳｪﾙ(Mx)	emu	dyn$^{1/2}$ cm	g$^{1/2}$ cm$^{3/2}$ s^{-1}
透磁率	μ	―	-	-	-
磁場	$\boldsymbol{H}$	ｴﾙｽﾃｯﾄﾞ(Oe)	dyn emu^{-1}	dyn$^{1/2}$ cm^{-1}	g$^{1/2}$ cm$^{-1/2}$ s^{-1}
磁束密度	$\boldsymbol{B}$	ｶﾞｳｽ(G)	dyn emu^{-1}	dyn$^{1/2}$ cm^{-1}	g$^{1/2}$ cm$^{-1/2}$ s^{-1}
磁気ﾓｰﾒﾝﾄ	$\boldsymbol{m}$	―	emu cm	dyn$^{1/2}$ cm^{2}	g$^{1/2}$ cm$^{5/2}$ s^{-1}

・真空透磁率：$\mu_0 = 1$ (無次元)
・真空誘電率：$\varepsilon_0 = 1/c_0^2 = 1.11265\ldots \times 10^{-21}$ cm^{-2} s^{2}
・G(ガウス) = Mx cm^{-2}
・電流に Bi(ビオ)という名称の単位がある。Bi(ビオ) = 10 A

表 5. Gauss 単位系(非有理 3 元系)

物理量	記号	名称	単位		
電荷	q	ﾌﾗﾝｸﾘﾝ(Fr)	esu	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
誘電率	ε	―	-	-	-
電場	$\boldsymbol{E}$	―	$\mathrm{dyn\ esu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
電束密度	$\boldsymbol{D}$	―	$\mathrm{dyn\ esu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
双極子ﾓｰﾒﾝﾄ	μ	―	esu cm	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{2}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{5/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
磁荷(磁気量)	q_{m}	―	emu	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
磁束	Φ	ﾏｸｽｳｪﾙ(Mx)	emu	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
透磁率	μ	―	-	-	-
磁場	$\boldsymbol{H}$	ｴﾙｽﾃｯﾄﾞ(Oe)	$\mathrm{dyn\ emu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
磁束密度	$\boldsymbol{B}$	ｶﾞｳｽ(G)	$\mathrm{dyn\ emu}^{-1}$	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$
磁気ﾓｰﾒﾝﾄ	$\boldsymbol{m}$	―	emu cm	$\mathrm{dyn}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{2}$	$\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{5/2}\,\mathrm{s}^{-1}$

・真空誘電率：$\varepsilon_0 = 1$ (無次元)

・真空透磁率：$\mu_0 = 1$ (無次元)

文献

1. 鈴木範人，小塩高文「応用光学 II」，朝倉書店 (1982 年)，pp. 152～156

同書の表 4.1 および表 4.2 に，単位系の間の関係がまとめられている。2 つの表は ***E–H*** 対応と ***E–B*** 対応にも配慮されており，任意の単位系での電磁気学の理論式を簡単に知ることができる素晴らしい表である。さらに，「(MKSA 系が)どの面からも理想的にできているかというとなかなかそうはいかない」と述べて MKSA 系の欠点を指摘するとともに，新しい MKSP 系という単位系(＝MKSA 系と Gauss 系の長所を組み合わせた単位系)を紹介している。

2. 広瀬立成「***E*** と ***H***，***D*** と ***B***」，共立出版 (1981 年)，pp. 23～36

同書 p. 23 に書かれているように「電気的な量と磁気的な量の対応のよさを第一に考えて」基本的に ***E–H*** 対応の立場で書かれており，書名もそれを反映しているが，***E–H*** 対応と ***E–B*** 対応の関係に関する丁寧な解説がある。

3. 「世界大百科事典」，平凡社 (1972 年)

見出し「単位」を参照。専門書ではないものの，電磁気単位系の話が丁寧に解説されている。文献 1.と類似の表(第 2 表)が掲載されており，それぞれの単位系での基本量や定義がわかりやすく記述されている。また，単位系の単位同士の数値比をまとめた表(第 4 表)は，他に例を見ない貴重なもので，本書で示した単位系間の式変換を機械的に行う場合にきわめて有効である。ただし，出版年によっては，該当する表が掲載されていないので注意が必要である[1]。

4. A. Sommerfeld(伊藤大介 訳)「理論物理学講座 3 電磁気学」，講談社 (1982 年)，pp. 433～441 (付録：初学者のための準備)

単位と測定値(数値)の反傾的関係の一般論を解説し，電磁気学の理論式を各単位系に合わせて変換するための独創的な方法が紹介されている。ただし，式変形の方向を決める際の「単純性の要請」はやや曖昧で説得力が弱い印象を受ける。(たとえば，Gauss 系は，もともと誘電率と透磁率を無次元としたので，そのしわよせとして式変換の際出てくる光速を物理量として残さなければならないこと，あるいはその逆に，Gauss 系から変換するときには，光速は数値化されて残す変数以外の定数部分に含めてしまう必要がある，ということが明確に記述されていない。)

[1] 筆者自身が掲載を確認したのは 1972 年 4 月 25 日初版のみ。

電磁気学における単位系

1983年 10月 3日	初版第1刷
1991年 8月 22日	第2版第1刷
1993年 6月 20日	第3版第1刷
1999年 2月 7日	第4版第2刷
2005年 7月 31日	第5版第6刷
2012年 9月 9日	第6版第3刷
2017年 8月 20日	第7版第2刷

著者 山﨑 勝義
発行 漁火書店

検印 山﨑

印刷 ブルーコピー
製本 ホッチキス